Все решённые в данной методичке задачи из задачника сходятся с ответами оттуда же.

Существует ещё сверхтонкая структура. Она вызвана взаимодействием электронов с ядром. Дело в том, что у ядра тоже есть спин и оно может взаимодействовать с электронами.
Не будем вдаваться в механику взаимодействия – это невозможно понять в 5-м семестре. Нас интересует конечная формула смещения энергии:

$$\Delta E_F = \frac{B}{2}\left(F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)\right)$$

Как ею пользоваться? Вот алгоритм:
1) Найти I ядра и J электронной оболочки, для которой вы хотите подсчитать сверхтонкое расщепление.
2) Подсчитать общий момент F атома. Разумеется, тут выполняться правило сложения векторов в квантмехе и мы запросто можем получить несколько результатов: от |I-J| до I+J.
3) Для каждого возможного F подставляем F, I, J сюда

$$\Delta E_F = \frac{B}{2}\left(F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)\right)$$

И находим, насколько смещается энергетический уровень по сравнению с энергетическим уровнем состояния, если бы у нас не было сверхтонкого расщепления.
Константа B очень-очень мала (гораздо меньше константы A прошлой методички), что обеспечивает очень незначительное расстояние между энергетическими уровнями. Поэтому и название «сверхтонкая структура»:

нужно пристально всматриваться в спектрограф, чтобы увидеть едва заметное разделение на две (или больше) идущие рядом линии:

Пример работы алгоритма на примере Ворониной (это задача 14.38):

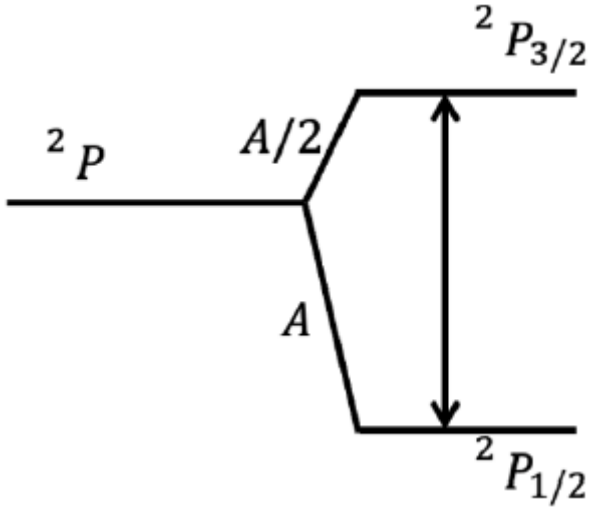
14.38. Спин ядра атома ^{27}Al I=*5/2*. Определить количество компонент тонкой и сверхтонкой структуры основного терма. Картину расщепления изобразить графически.

Рассмотрим атом алюминия с конфигурацией $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p$ и ядром с 13 протонами и 14 нейтронами. Зачем нужна информация про ядро? Чтобы подсчитать его I. Вы же не забыли курс ядерки? Ну конечно, забыли, и именно поэтому добрая кафедра атомной физики, как правило, его любезно считает для нас $I = \frac{5}{2}$.

Теперь переходим к J. Как мы знаем, у атома есть множество термов, у каждого терма множество состояний. У алюминия оказывается единственный терм ^2P, а состояния у него два: с $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$.
Прежде чем бежать считать сверхтонкое расщепление, надо сперва посчитать тонкое, которое связано с A.

$$\Delta E_{1/2} = \frac{A}{2}\left(\frac{1}{2} * \frac{3}{2} - 1 * 2 - \frac{1}{2} * \frac{3}{2}\right) = -A$$

$$\Delta E_{3/2} = \frac{A}{2}\left(\frac{3}{2} * \frac{5}{2} - 1 * 2 - \frac{1}{2} * \frac{3}{2}\right) = \frac{A}{2}$$

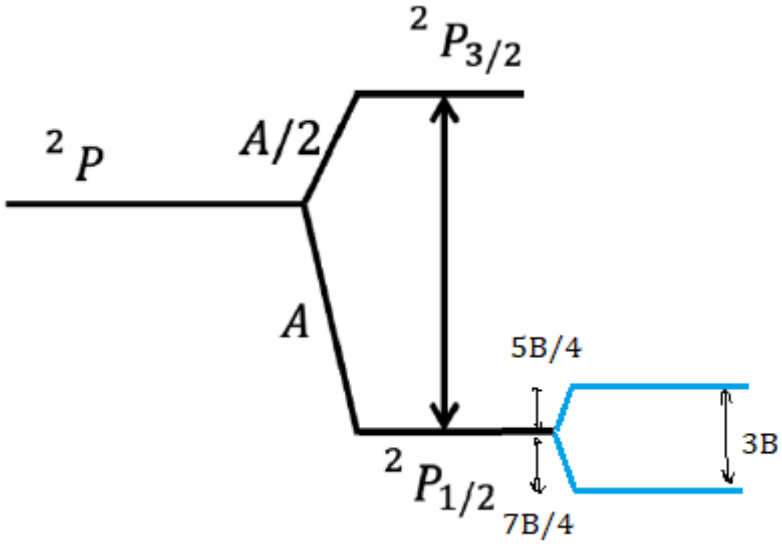


Теперь переходим наконец к сверхтонкой структуре. У нас I=5/2, рассмотрим для начала случай J=1/2. F – это их векторная сумма, от |I-J| до I+J. Получаем два возможных значения: 2 и 3.
Определяем сдвиги по формуле:

$$\Delta E_2 = \frac{B}{2}\left(2 * 3 - \frac{1}{2} * \frac{3}{2} - \frac{5}{2} * \frac{7}{2}\right) = \frac{B}{2}\left(6 - \frac{19}{2}\right) = -\frac{7}{4}B$$

$$\Delta E_3 = \frac{B}{2}\left(3 * 4 - \frac{1}{2} * \frac{3}{2} - \frac{5}{2} * \frac{7}{2}\right) = \frac{5}{4}B$$

Попытался изобразить:

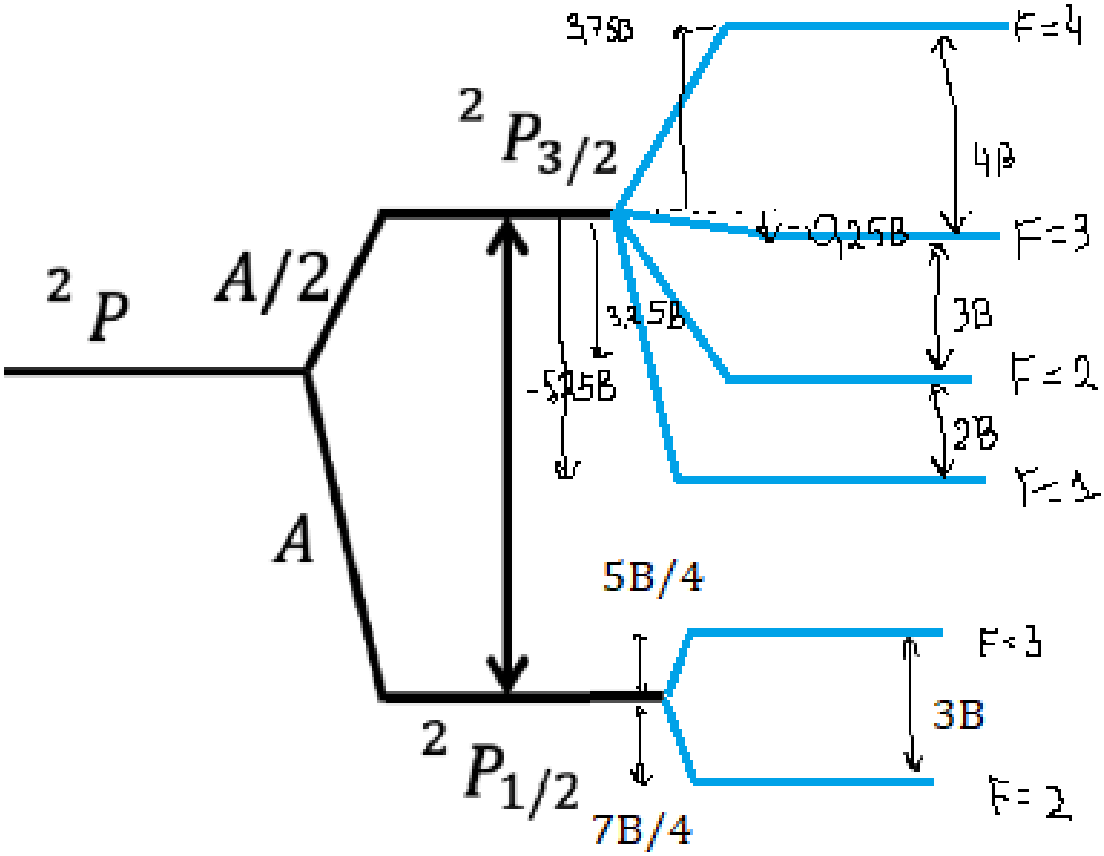


Помним: если мы получаем в формуле значение дельты отрицательное, то рисуем вверх, если положительное – то вниз.

Есть и второе состояние, с J=3/2. Нужно векторно сложить 5/2 и 3/2. На этот раз получим уже 4 возможных значения F: 1, 2, 3, 4.
Достаём формулу

$$\Delta E_F = \frac{B}{2}\left(F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)\right)$$

И делаем в неё четыре подстановки. Естественно, не вручную, а с помощью, например, Десмоса https://www.desmos.com/calculator/ge6o2b20g1 . Получаем четыре возможных значения:
F=1 => дельта E -5,25*B
F=2 => дельта E -3,25*B
F=3 => дельта E -0,25*B
F=4 => дельта E 3,75*B.



Как мы видим на примере верхнего состояния, интервалы между соседними сверхтонкими уровнями образуют арифметическую прогрессию. Так будет всегда. Справило т.н. правило Ланде для сверхтонкой структуры: $\Delta E_{F,F-1} = BF$. По нему можно проверять правильность ваших подстановок в формулу $\Delta E_F = \frac{B}{2}\left(F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)\right)$ (ведь на экзамене Десмоса не будет).

Ещё задачи:

14.37. Нижнее возбужденное состояние атома ^{21}Ne – $^3P_2$. Определить спин ядра, если известно, что его сверхтонкая структура состоит из 4 компонент.

Нижний индекс в записи состояния – это J. И это 2.

Нам нужно I. Оно такое, что векторная сумма I и J имеет 4 значения.

Т.е. от |I-2| до I+2 4 значения. Т.к. все они отличаются на 1, значит, I+2 больше |I-2| на три.

Получаем ур-е I+2=3+|I-2|

I-1=|I-2|.

Его решением будет I=3/2. С ответами сходится.

14.40. С учетом сверхтонкой структуры энергетический уровень некоторого состояния атома с неизвестным полным моментом импульса электронной оболочки J расщепляется на 4 подуровня, соответствующие разным возможным значениям полного момента импульса атома F, причем, $(E_4–E_3):(E_3–E_2):(E_2–E_1)$=3:2:1. Учитывая, что спин ядра этого атома $I = 3/2$, найти момент импульса электронной оболочки J.

Информация про энергетические интервалы лишняя, мы можем обойтись и без неё. Просто обратим внимание на то, что для F – векторной суммы I и J есть 4 возможных значения. Т.к. они идут от |J-I| до J+I через единицу, это означает, что J+I на 3 больше |J-I|, т.е.

J+I=3+|J-I|.

Подставляем I=3/2:

J+3/2=3+|J-3/2|

J-3/2=|J-3/2|

Значит, J-3/2=0, т.е. J=3/2.

14.41. Сверхтонкая структура основного состояния атома, имеющего конфигурацию p^4, состоит из трех компонент. Определить спин ядра.

От |J-I| до J+I по условию должно быть 3 значения. Значит, J+I=2+|J-I|.

Обозначим ij=min(I,J), IJ=max(I,J)

Тогда ij+IJ=2+IJ-ij

2ij=2

ij=1

Значит, min(I,J)=1. Если мы докажем, что J не равно 1, значит, I=1. А как нам найти J? Ну, у нас есть конфигурация, давайте считать его основный терм и основное состояние это основного терма.

Считаем терм: складываем четыре p-электрона с l=1. Получаем полный орбитальный момент от 0 до 4. S, P, D, F, G. Теперь ищем мультиплетность. Для 4 электронов есть 3 возможных значения мультиплетности: 1 3 5. В основном состоянии всё должно быть на максимум, поэтому в итоге основным термом будет 5G.

Теперь основное состояние ищем. мультиплетность=5 соответствует S=2. Тогда получаем возможные значения J от 4-2 до 4+2 (G – это 4). Какое выбрать? Оболочка p заполнена более, чем на половину, значит, выбираем максимум. Итак, J=6. Не 1. Значит (см. начало решения), I=1.